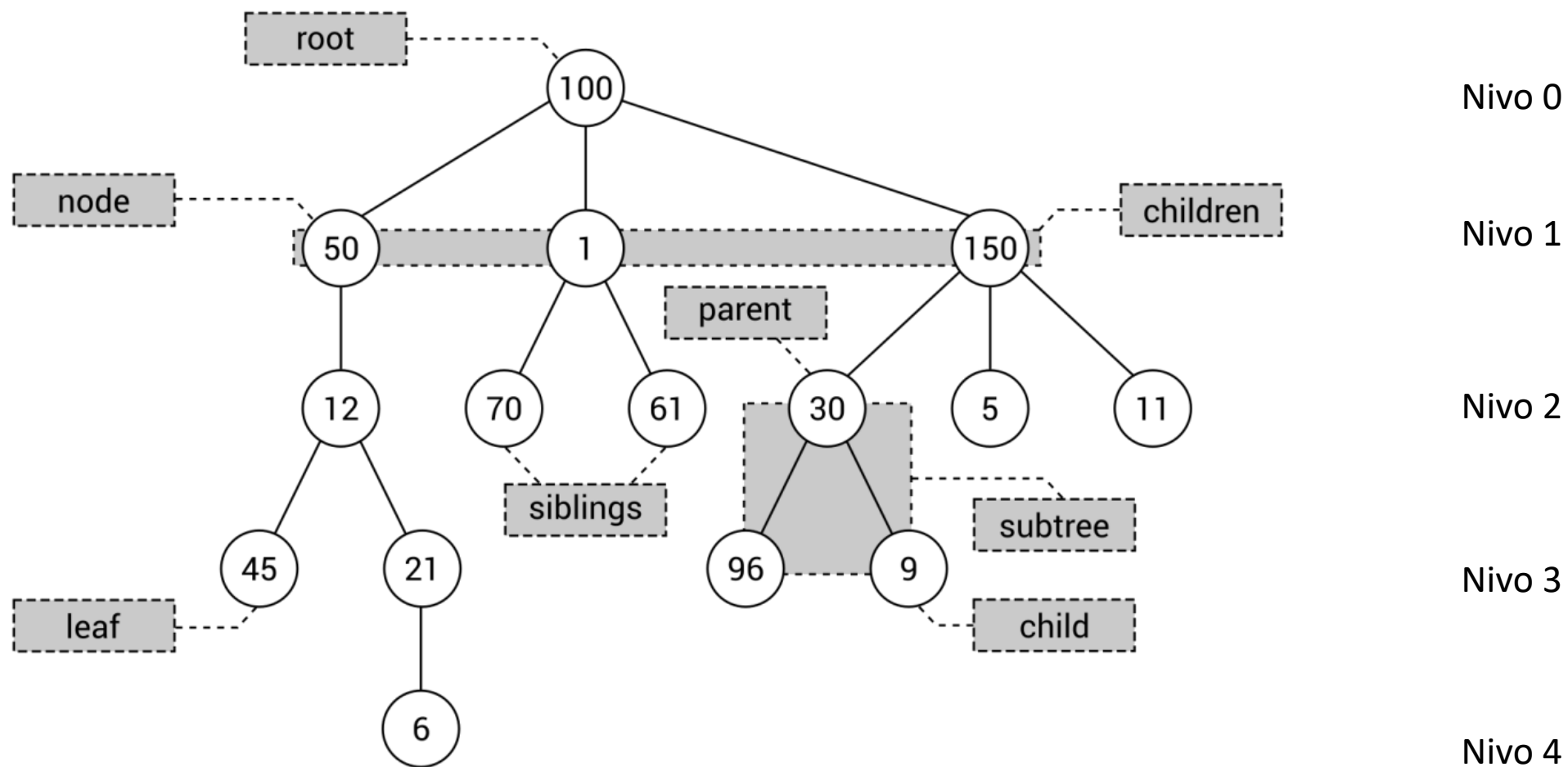


Binarna stabla

Pojam stabla

- Stabla su nelinearne strukture podataka
- Naziv potiče od sličnosti sa drvećem u prirodi i porodičnim stablima
- Elementi nisu organizovani u nizu, već u odnosu roditelj–dete
- Imaju razgranatu, odnosno hijerarhijsku strukturu elemenata

Grafička predstava stabla

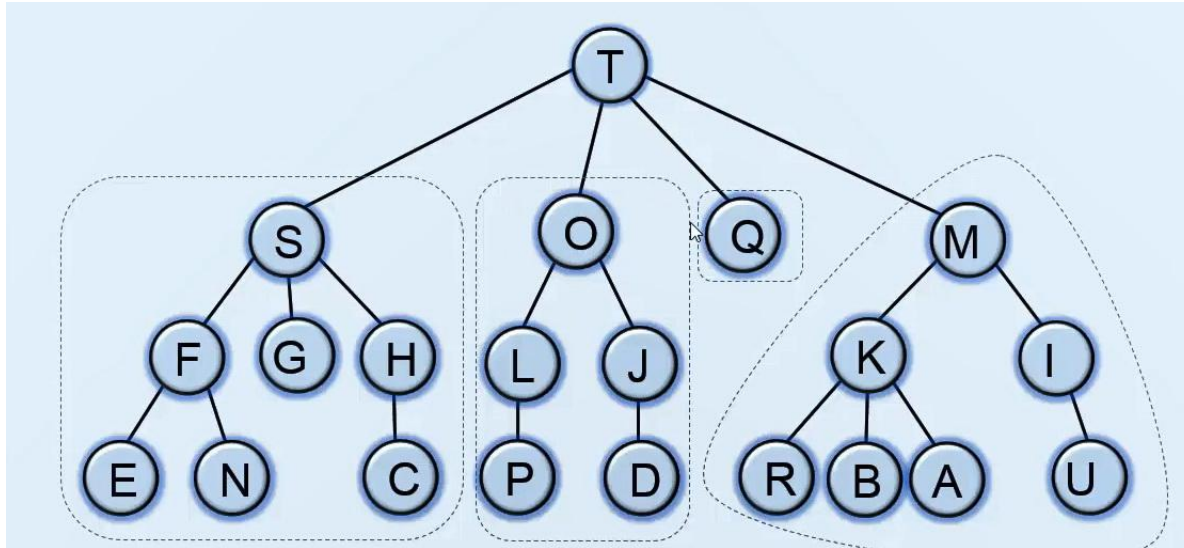


Stablo ima 5 nivoa (od 0 do 4)

Definicije

- Stablo se sastoji od čvorova
- Čvor koji nema roditeljski čvor (parent) naziva se **koren** stabla (root)
- Čvor može imati više **dece** (child čvorova)
- Ako dva čvora imaju isti roditeljski čvor, nazivaju se **braća** (siblings)
- Svaki čvor zajedno sa svim svojim potomcima čini **podstablo**
- Čvor se naziva **list** ako nema dece

Podstabla



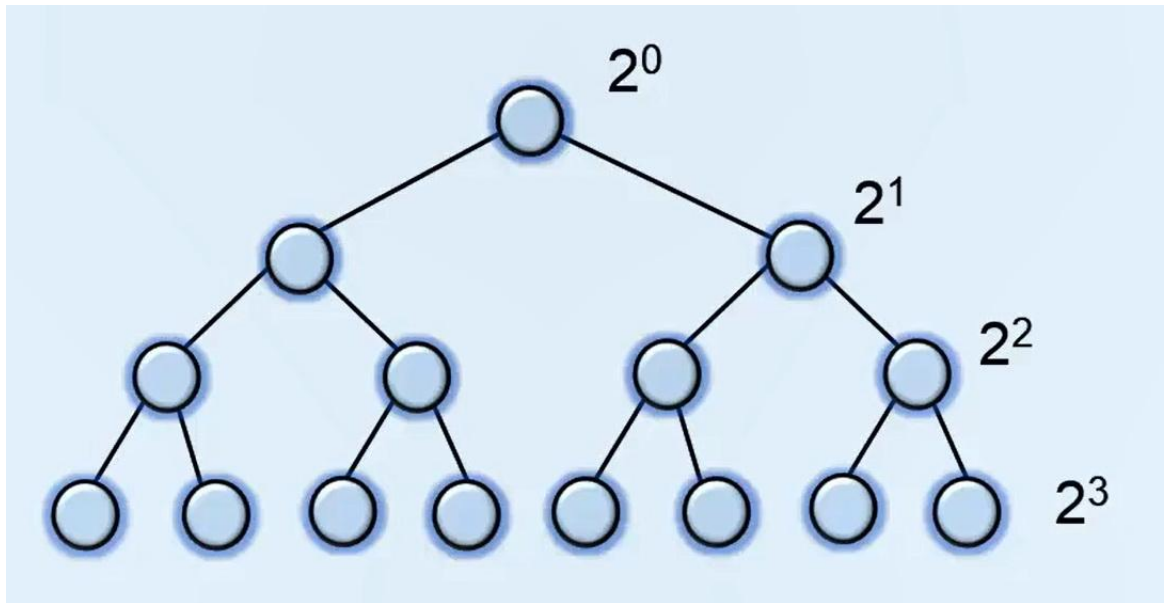
Osnovni pojmovi stabla

- Nivo čvora je broj grana (ivica) na putu od korena do tog čvora
- Visina stabla je ukupan broj nivoa u stablu
- Vrednost koja se čuva u čvoru stabla često se naziva ključ
- Putanja je sekvenca čvorova $N_1, N_2, \dots, N_x$, pri čemu je svaki čvor N_i roditelj čvora N_{i+1} , za $1 \leq i < x$

Binarno stablo

- Svaki čvor binarnog stabla može imati **najviše dva deteta**
- Deca čvora su **levo i desno** dete
- Čvor može imati oba deteta, jedno dete (levo ili desno) ili nijedno dete
- Čvor binarnog stabla koji nema decu naziva se **list**

Binarno stablo



Maksimalni broj čvorova u i-tom nivou binarnog stabla je 2^i

Čvor binarnog stabla

```
class Cvor
{
    public char Podatak { get; private set; }

    public Cvor Levo { get; set; }
    public Cvor Desno { get; set; }

    public Cvor(char podatak)
    {
        Podatak = podatak;
        Levo = null;
        Desno = null;
    }
}
```

Klasa Bstablo

```
class Bstablo
{
    public Cvor koren;

    public Bstablo()
    {
        koren = null;
    }

    public bool PraznoStablo()
    {
        return koren == null;
    }
}
```

Prolazi kroz binarno stablo

- Obilazak stabla je postupak u kome se svaki čvor poseti tačno jednom
- Postoje tri standardna načina obilaska:
 - Preorder (koren, levo podstablo, desno podstablo)
 - Inorder (levo podstablo, koren, desno podstablo)
 - Postorder (levo podstablo, desno podstablo, koren))

Preorder prolaz

- Posećuje se koren stabla
- Zatim se obilazi levo podstablo na preorder način
- Na kraju se obilazi desno podstablo na preorder način

Preorder prolaz

```
private void PreorderProlaz(Cvor cvor)
{
    if (cvor == null)
        return;

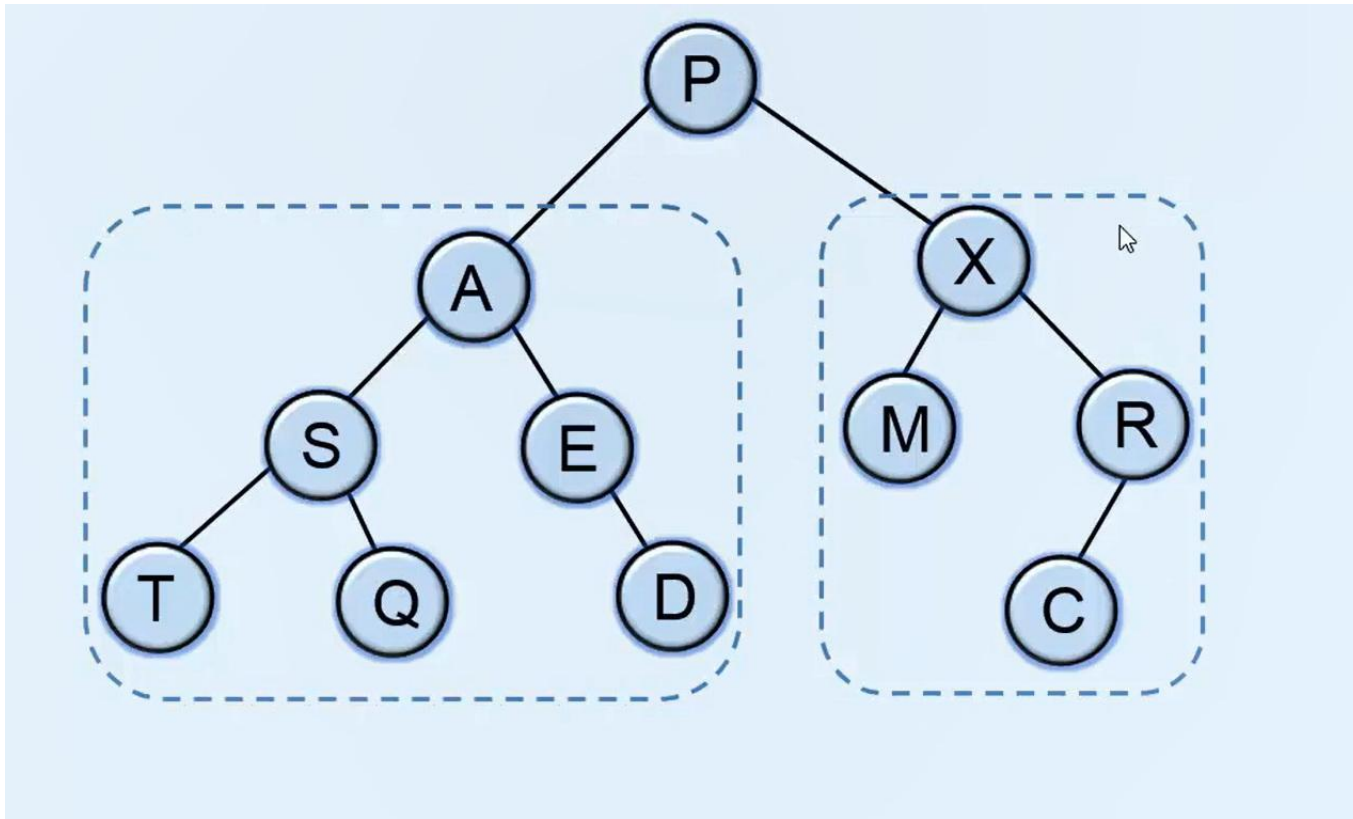
    // obradi trenutni čvor
    Console.Write(cvor.Podatak + " ");

    // obilazak levog podstabla (na isti način)
    PreorderProlaz(cvor.Levo);

    // obilazak desnog podstabla (na isti način)
    PreorderProlaz(cvor.Desno);
}

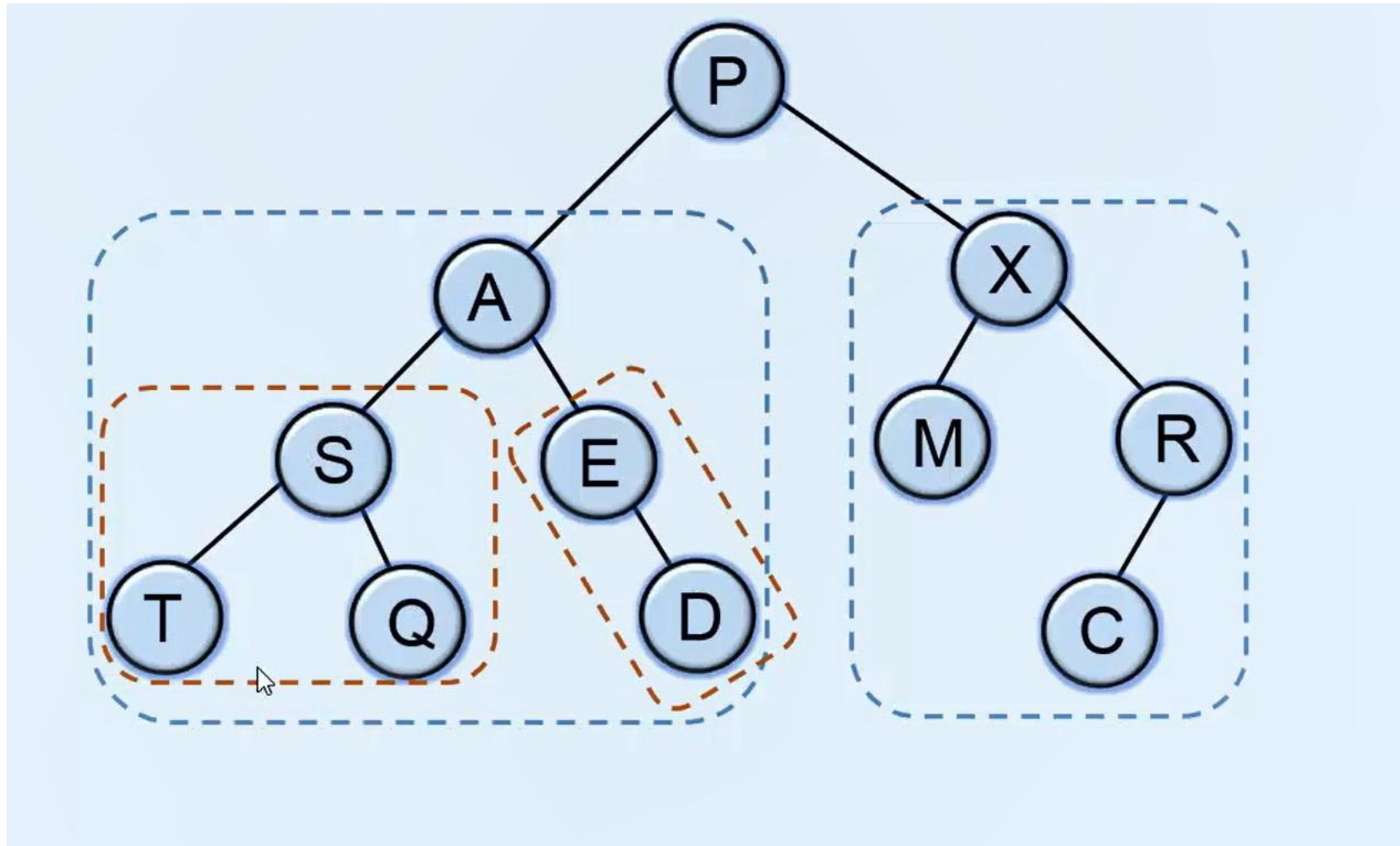
public void PreorderProlaz()
{
    PreorderProlaz(koren);
    Console.WriteLine();
}
```

Preorder prolaz -1

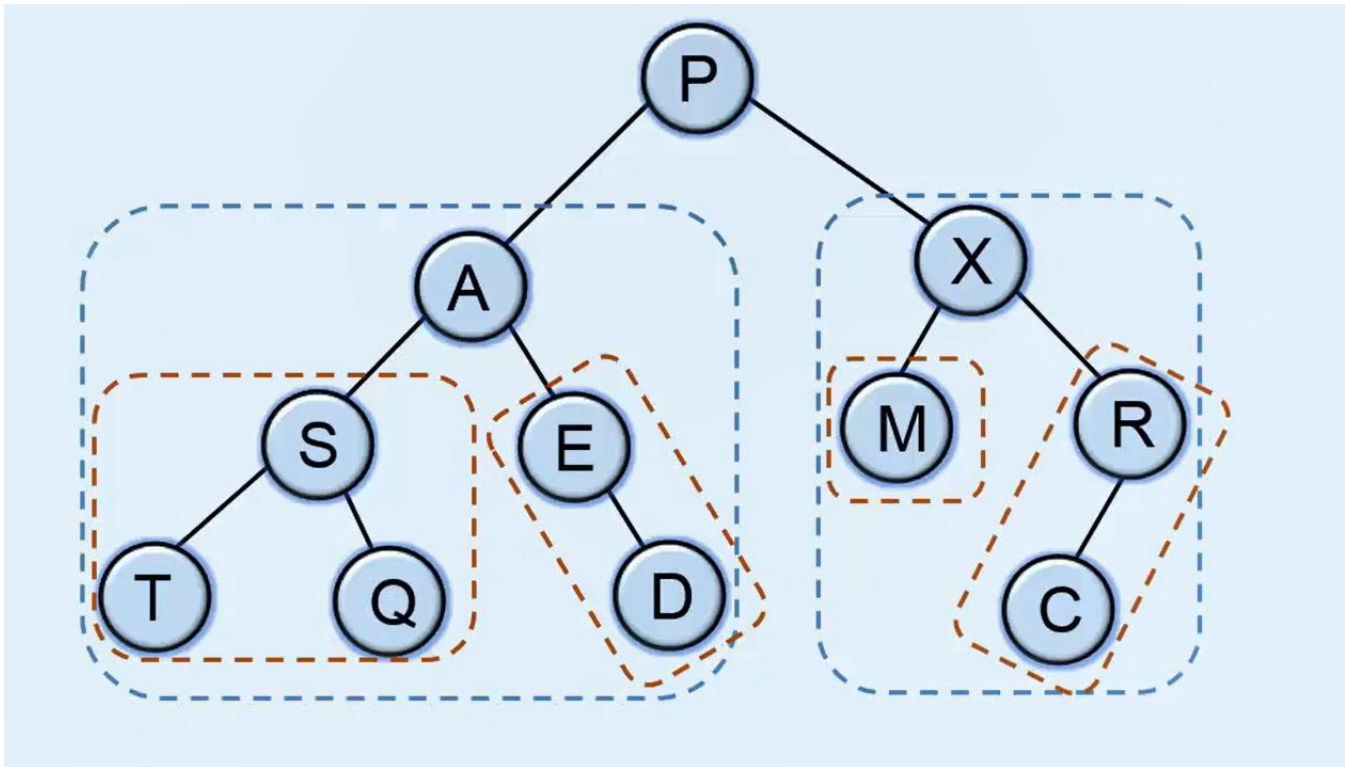


KreirajStablo1()

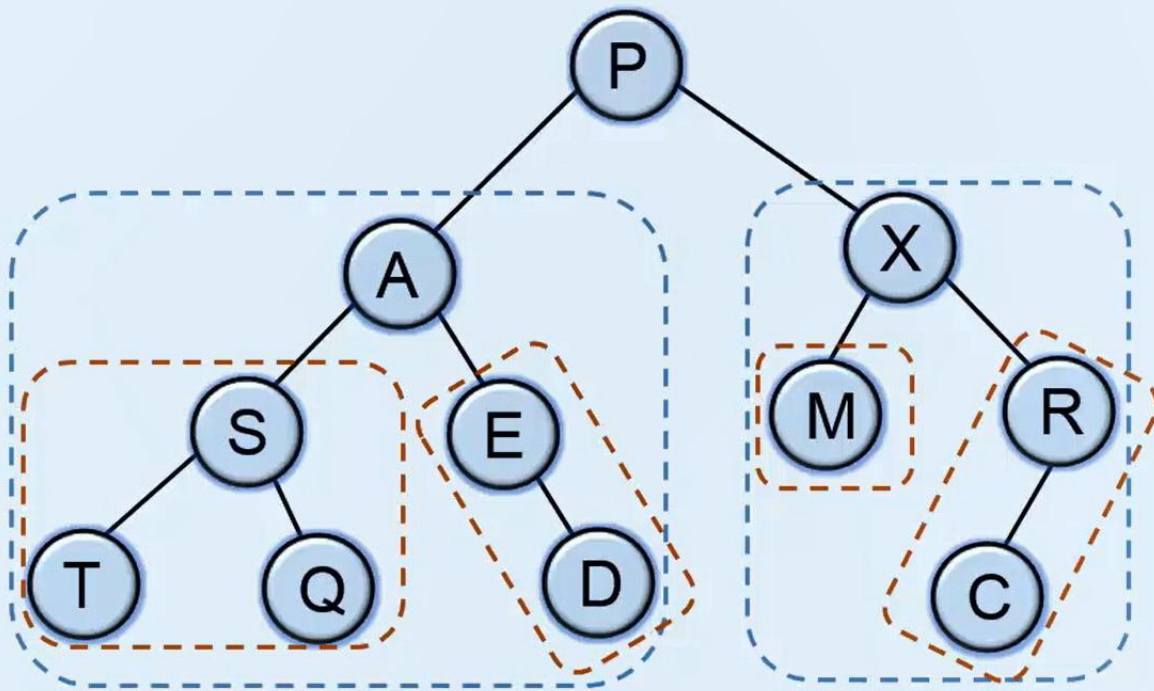
Preorder prolaz -2



Preorder prolaz -3



Preorder prolaz -4



Preorder : P A S T Q E D X M R C

Kreiranje stabla

```
public void KreirajStablo1()
{
    // Koren
    koren = new Cvor('P');

    // Leva strana
    koren.Levo = new Cvor('A');

    koren.Levo.Levo = new Cvor('S');
    koren.Levo.Levo.Levo = new Cvor('T');
    koren.Levo.Levo.Desno = new Cvor('Q');

    koren.Levo.Desno = new Cvor('E');
    koren.Levo.Desno.Desno = new Cvor('D');

    // Desna strana
    koren.Desno = new Cvor('X');

    koren.Desno.Levo = new Cvor('M');

    koren.Desno.Desno = new Cvor('R');
    koren.Desno.Desno.Levo = new Cvor('C');
}
```

Preorder prolazak

```
static void Main(string[] args)
{
    Bstablo stablo = new Bstablo();
    stablo.KreirajStablo1();
    stablo.PreorderProlaz();
}
```



The screenshot shows a console window from Microsoft Visual Studio. The title bar indicates the application is 'Microsoft Visual Studio Del'. The console output displays the sequence of nodes visited during a preorder traversal: 'P A S T Q E D X M R C'. Below this, a message states: 'C:\Users\goran\source\repos\ConsoleBinStabla2025\ConsoleBinStabla2025\bin\Debug\ConsoleBinStabla2025.exe (process 12184) exited with code 0 (0x0)'. A subsequent line provides instructions: 'To automatically close the console when debugging stops, enable Tools -> Options -> Debugging -> Automatically close the console when debugging stops.' The final line prompts the user: 'Press any key to close this window . . .|'.

```
Microsoft Visual Studio Del  x + - □ x
P A S T Q E D X M R C
C:\Users\goran\source\repos\ConsoleBinStabla2025\ConsoleBinStabla2025
\bin\Debug\ConsoleBinStabla2025.exe (process 12184) exited with code
0 (0x0).
To automatically close the console when debugging stops, enable Tools
->Options->Debugging->Automatically close the console when debugging
stops.
Press any key to close this window . . .|
```

Inorder prolaz kroz binarno stablo

- Poseti se levo podstablo na inorder način
- Poseti se koreni stabla
- Poseti se desno podstablo na inorder način

Inorder prolaz

```
private void InorderProlaz(Cvor cvor)
{
    if (cvor == null)
        return;

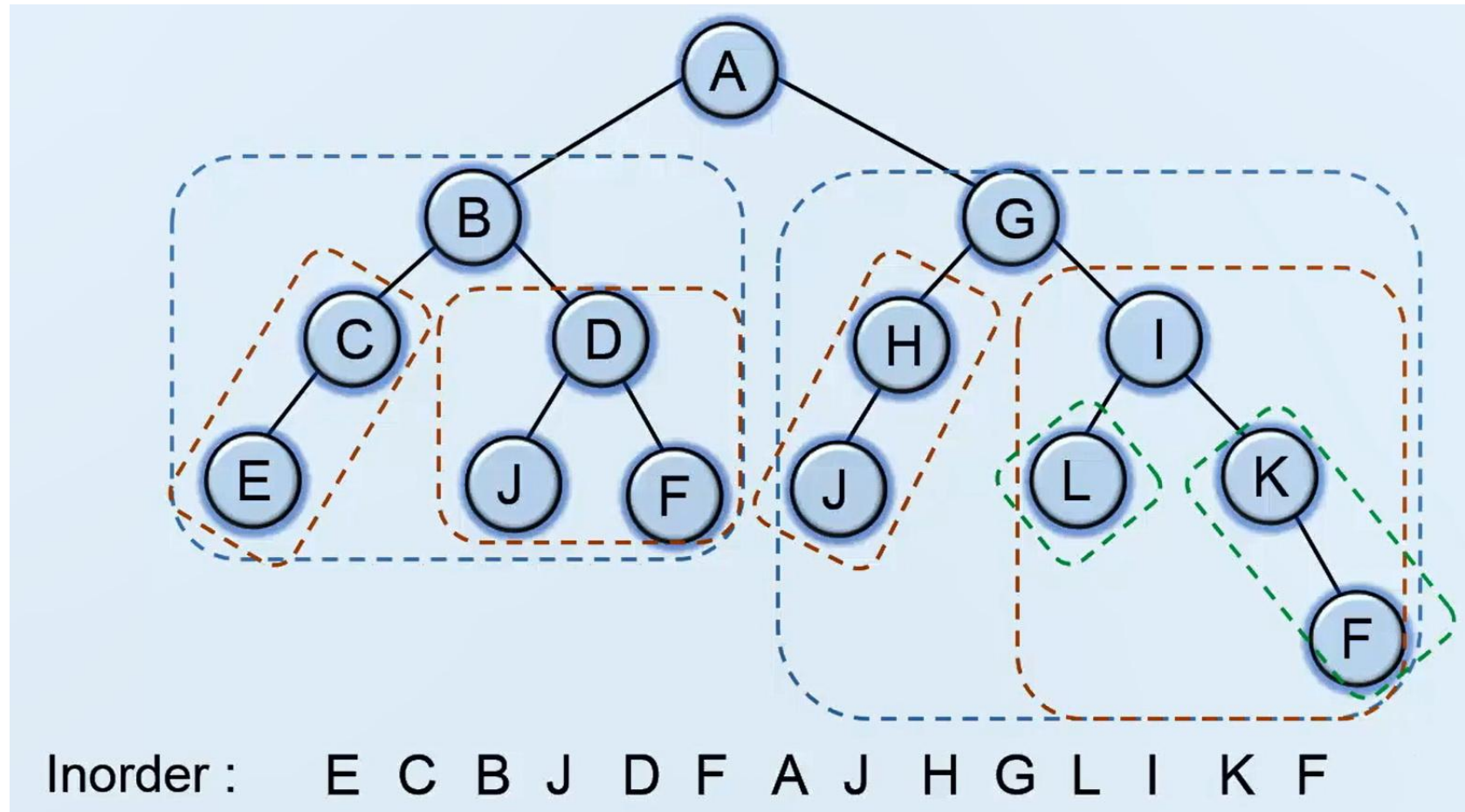
    // obilazak levog podstabla (na isti način)
    InorderProlaz(cvor.Levo);

    // obradi trenutni čvor
    Console.Write(cvor.Podatak + " ");

    // obilazak desnog podstabla (na isti način)
    InorderProlaz(cvor.Desno);
}

public void InorderProlaz()
{
    InorderProlaz(koren);
    Console.WriteLine();
}
```

Primer inorder prolaska kroz stablo



KreirajStablo2()

Kreiranje stabla

```
public void KreirajStablo2()
{
    // A
    koren = new Cvor('A');

    // Leva strana: B
    koren.Levo = new Cvor('B');
    koren.Levo.Levo = new Cvor('C');
    koren.Levo.Desno = new Cvor('D');

    koren.Levo.Levo.Levo = new Cvor('E');    // C -> E

    koren.Levo.Desno.Levo = new Cvor('J');    // D -> J (prvi J)
    koren.Levo.Desno.Desno = new Cvor('F');    // D -> F (prvi F)

    // Desna strana: G
    koren.Desno = new Cvor('G');
    koren.Desno.Levo = new Cvor('H');
    koren.Desno.Desno = new Cvor('I');

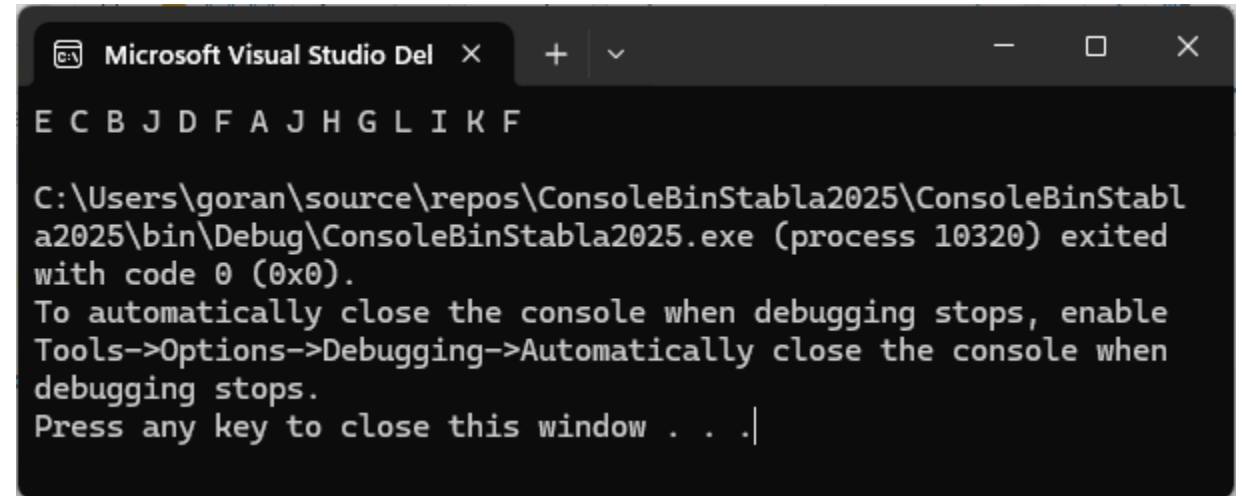
    koren.Desno.Levo.Levo = new Cvor('J');    // H -> J (drugi J)

    koren.Desno.Desno.Levo = new Cvor('L');    // I -> L
    koren.Desno.Desno.Desno = new Cvor('K');    // I -> K

    koren.Desno.Desno.Desno.Desno = new Cvor('F');    // K -> F (drugi F)
}
```

Inorder prolaz

```
static void Main(string[] args)
{
    Bstablo stablo = new Bstablo();
    stablo.KreirajStablo2();
    stablo.InorderProlaz();
}
```



```
Microsoft Visual Studio Del  +  -  □  ×
E C B J D F A J H G L I K F
C:\Users\goran\source\repos\ConsoleBinStabla2025\ConsoleBinStabl
a2025\bin\Debug\ConsoleBinStabla2025.exe (process 10320) exited
with code 0 (0x0).
To automatically close the console when debugging stops, enable
Tools->Options->Debugging->Automatically close the console when
debugging stops.
Press any key to close this window . . .|
```

Postorder prolazak kroz stablo

- Prolazi se kroz levo podstablo na postorder način
- Prolazi se kroz desno podstablo na postorder način
- Posećuje se koren stabla

Postorder prolazak kroz stablo

```
private void PostorderProlaz(Cvor cvor)
{
    if (cvor == null)
        return;

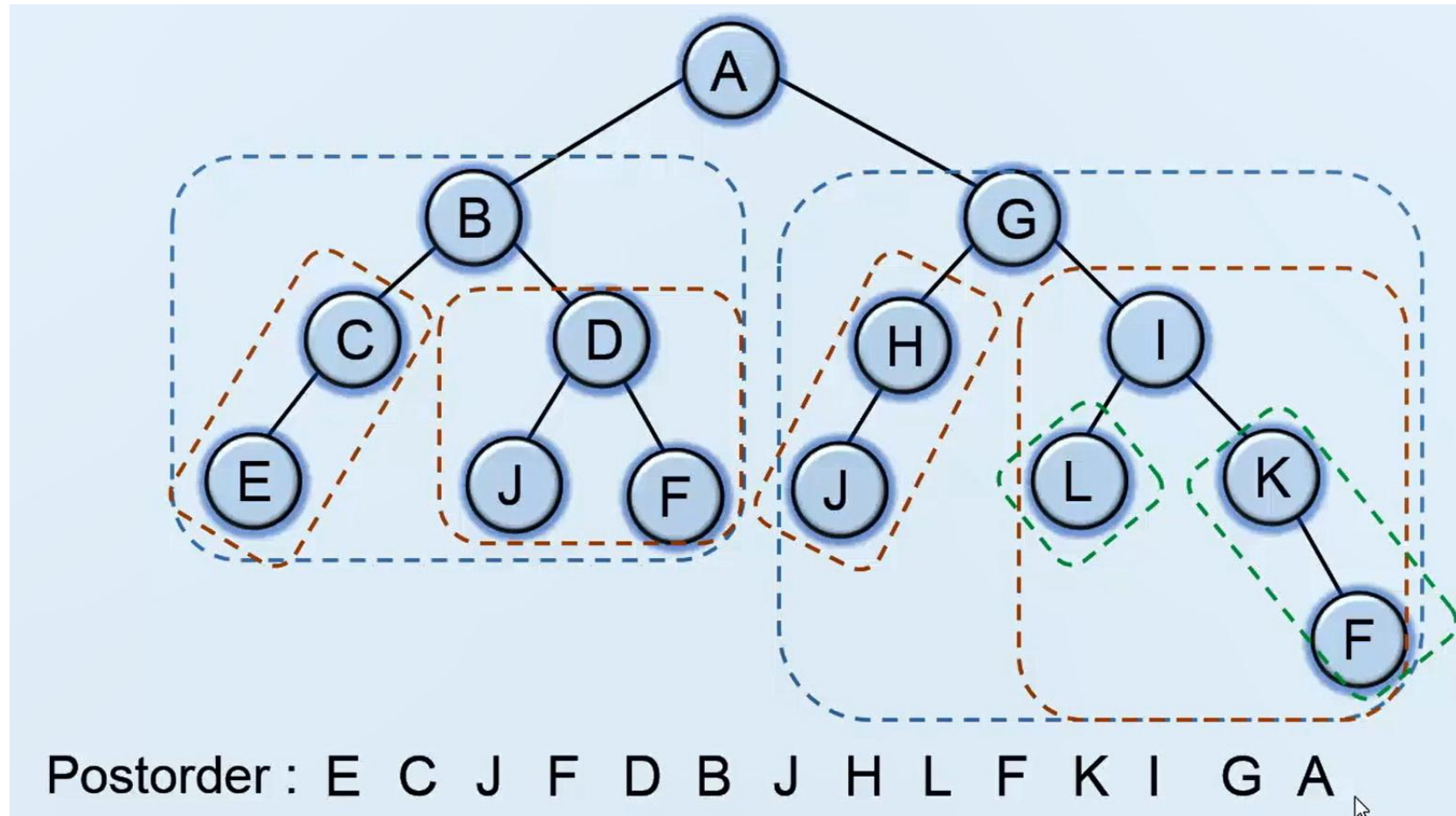
    // obilazak levog podstabla (na isti način)
    PostorderProlaz(cvor.Levo);

    // obilazak desnog podstabla (na isti način)
    PostorderProlaz(cvor.Desno);

    // obradi trenutni čvor
    Console.Write(cvor.Podatak + " ");
}

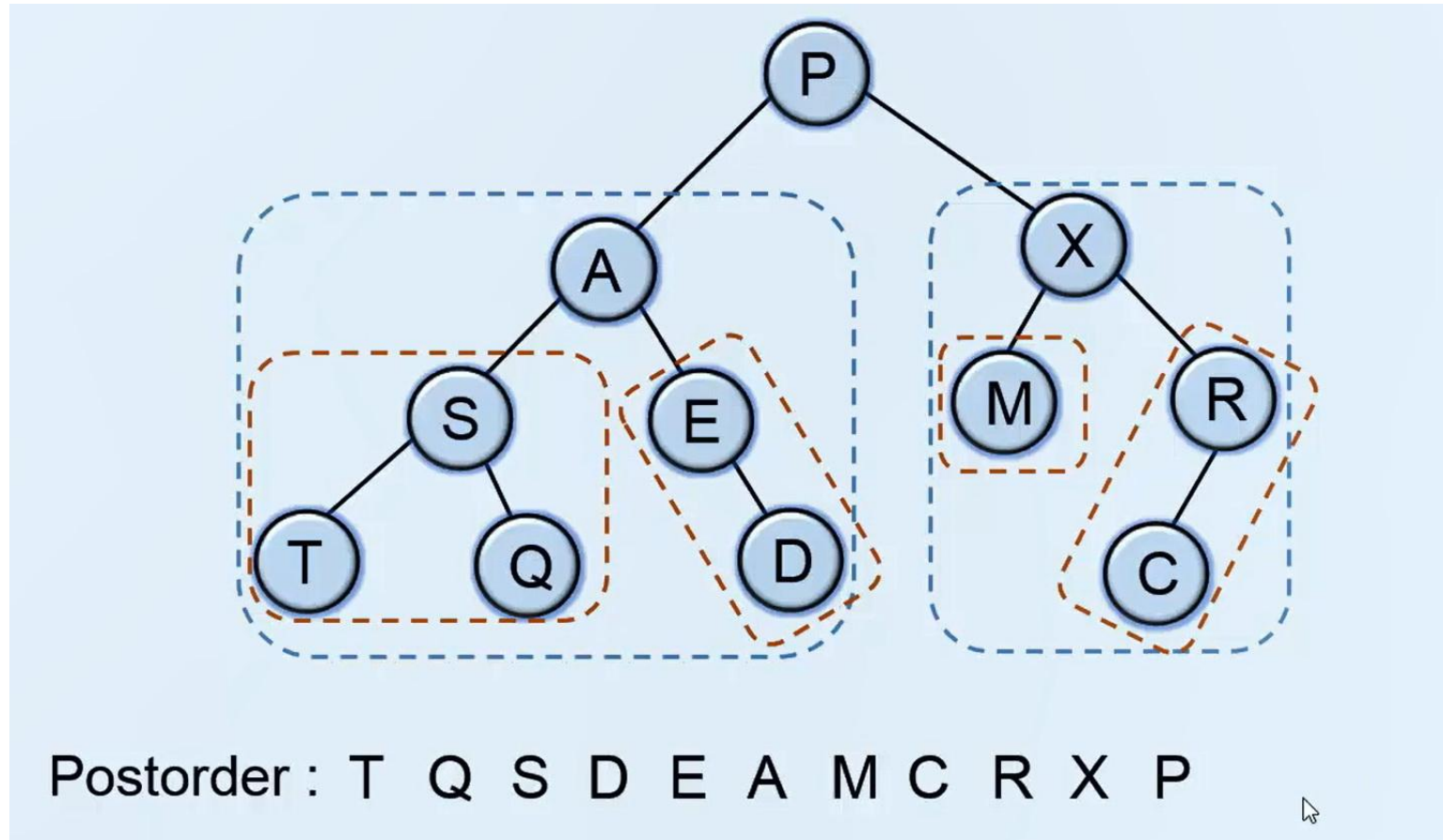
public void PostorderProlaz()
{
    PostorderProlaz(koren);
    Console.WriteLine();
}
```

Postorder prolazak - primer



KreirajStablo2()

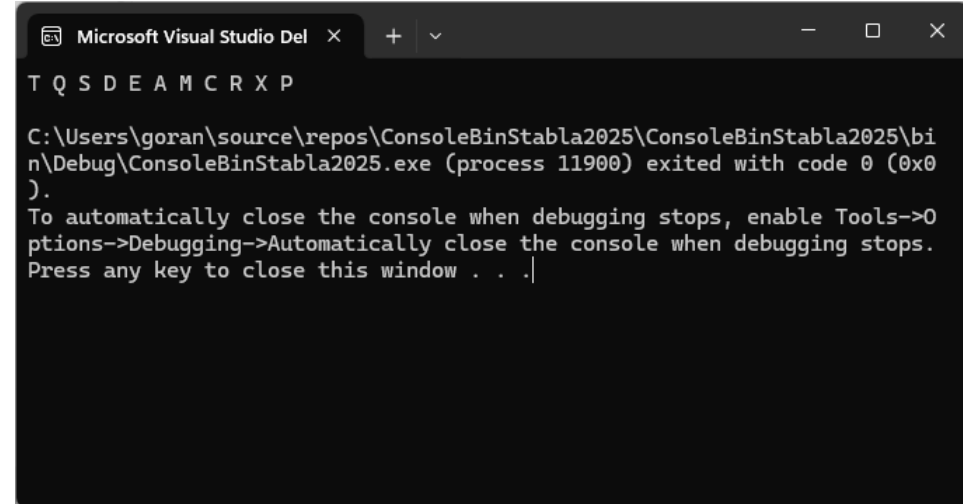
Postorder prolazak kroz stablo



KreirajStablo1()

Postorder prolazak

```
static void Main(string[] args)
{
    Bstablo stablo = new Bstablo();
    stablo.KreirajStablo1();
    stablo.PostorderProlaz();
}
```

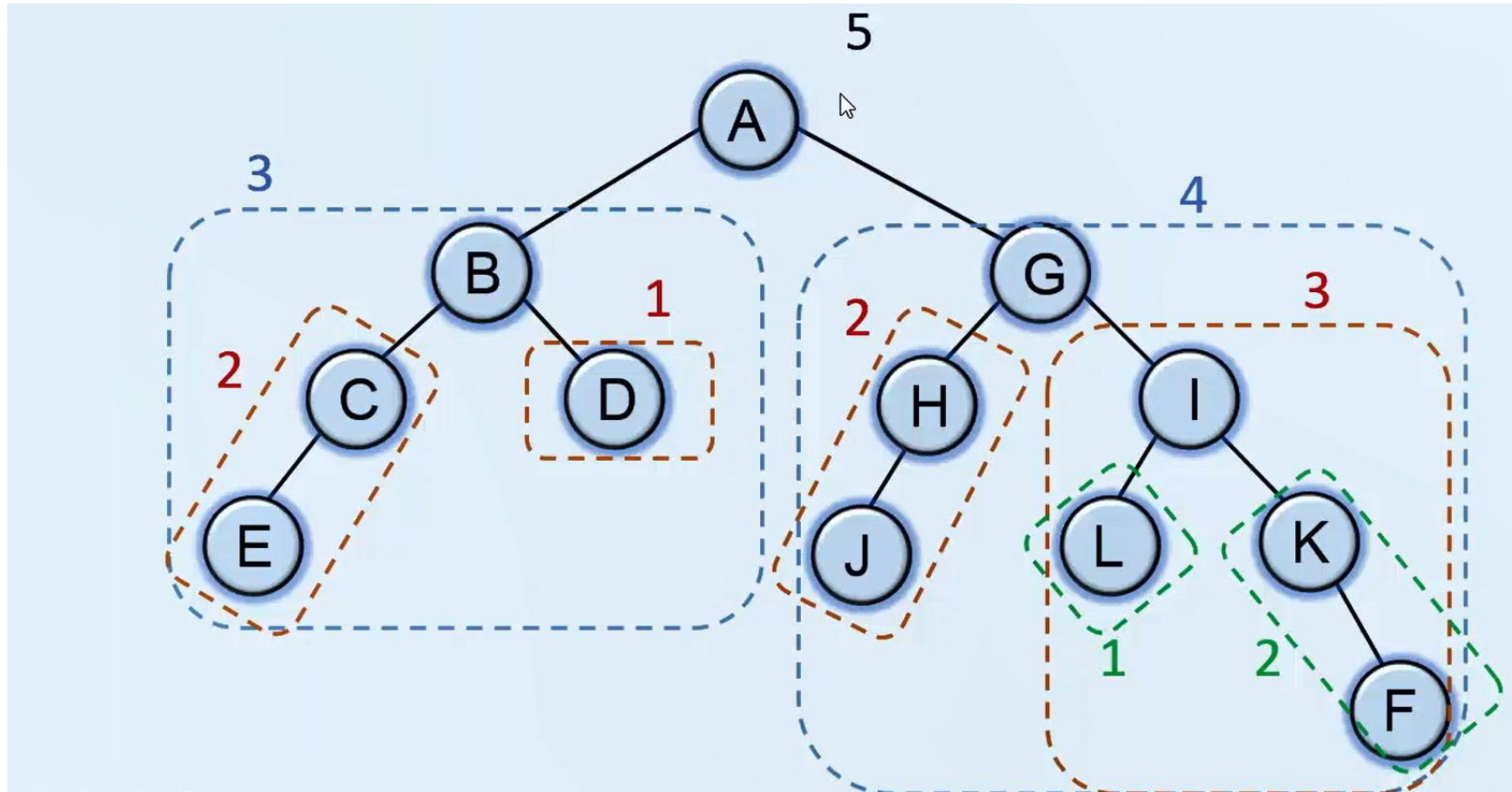


```
Microsoft Visual Studio Del  x + v - □ x
T Q S D E A M C R X P
C:\Users\goran\source\repos\ConsoleBinStabla2025\ConsoleBinStabla2025\bin\Debug\ConsoleBinStabla2025.exe (process 11900) exited with code 0 (0x0).
To automatically close the console when debugging stops, enable Tools->Options->Debugging->Automatically close the console when debugging stops.
Press any key to close this window . . .|
```

Visina binarnog stabla

- Prazno stablo ima visinu 0
- Visina stabla računa se kao
$$h = 1 + \max(hL, hR)$$
 - hL – visina levog podstabla
 - hR – visina desnog podstabla

Visina binarnog stabla



KreirajStablo2()

Visina binarnog stabla

```
private int Visina(Cvor cvor)
{
    if (cvor == null)
        return 0;

    int hL = Visina(cvor.Levo);
    int hR = Visina(cvor.Desno);

    return 1 + Math.Max(hL, hR);
}

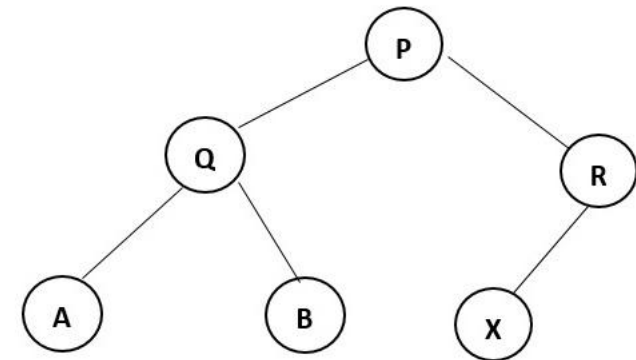
public int Visina()
{
    return Visina(koren);
}
```

Kreiranje stabla

```
public void KreirajStablo3()
{
    koren = new Cvor('P');

    // leva strana stabla
    koren.Levo = new Cvor('Q');
    koren.Levo.Levo = new Cvor('A');
    koren.Levo.Desno = new Cvor('B');

    // desna strana stabla
    koren.Desno = new Cvor('R');
    koren.Desno.Levo = new Cvor('X');
}
```



Main() metoda

```
static void Main(string[] args)
{
    Bstablo stablo = new Bstablo();
    stablo.KreirajStablo3();

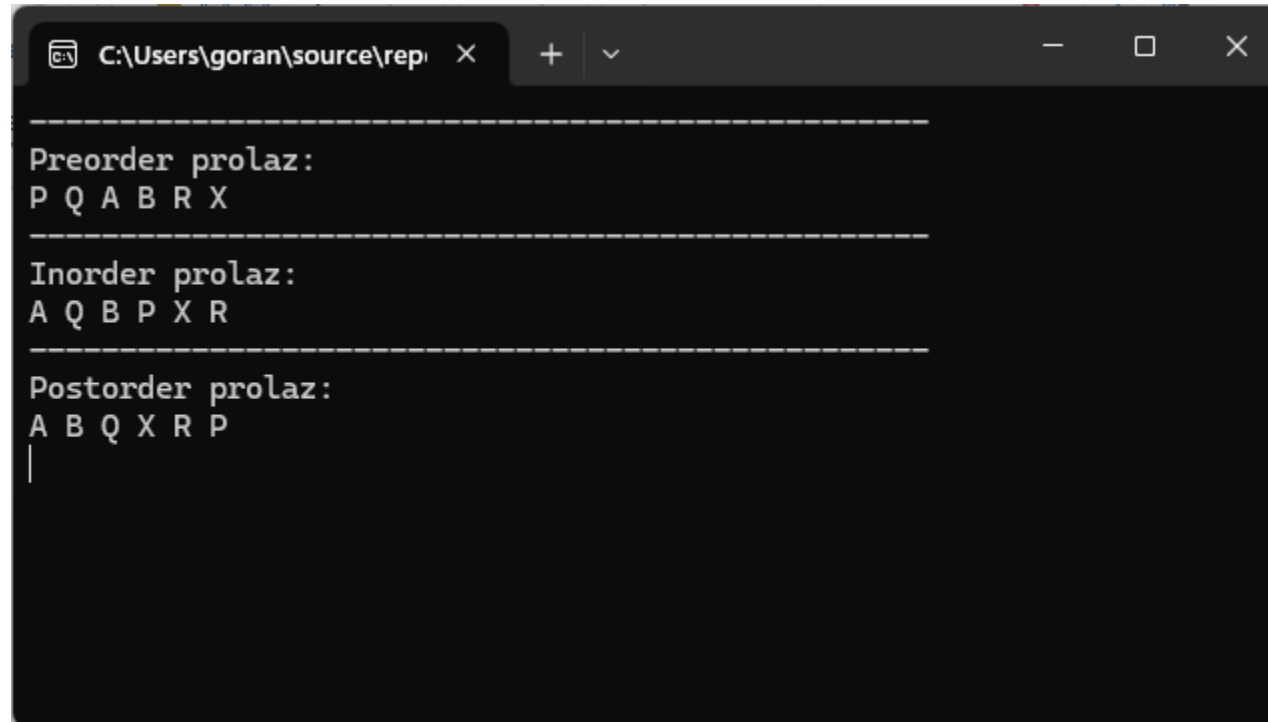
    Linija(50);
    Console.WriteLine("Preorder prolaz:");
    stablo.PreorderProlaz();

    Linija(50);
    Console.WriteLine("Inorder prolaz:");
    stablo.InorderProlaz();

    Linija(50);
    Console.WriteLine("Postorder prolaz:");
    stablo.PostorderProlaz();

    Console.ReadLine();
}
```

Prolazak kroz binarno stablo



```
C:\Users\goran\source\rep | x + v - □ x  
-----  
Preorder prolaz:  
P Q A B R X  
-----  
Inorder prolaz:  
A Q B P X R  
-----  
Postorder prolaz:  
A B Q X R P  
|
```

Pitanje 1

Maksimalni broj čvorova na 6-tom nivou binarnog stabla je:
(0 je nivo korena stabla):

- a. 8
- b. 12
- c. 64

Odgovor: c

Pitanje 2

Minimalni broj čvorova na 6-tom nivou binarnog stabla je: (0 je nivo korena stabla):

- a. 1
- b. 6
- c. 12

Odgovor: a

Pitanje 3

Kod postorder prolaska kroz binarno stablo, poslednji čvor je:

- a. krajnji levi element poslednjeg nivoa
- b. krajnji desni čvor poslednjeg nivoa
- c. koren stabla

Odgovor: c

Pitanje 4

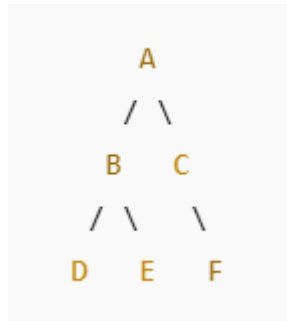
Koja od navedenih struktura podataka nije linearna:

- a. binarno stablo
- b. red
- c. stek

Odgovor: a

Pitanje 5

Dato je sledeće binarno stablo:



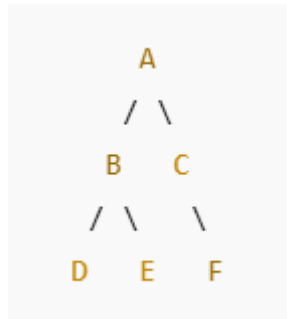
Koji je ispis čvorova pri **preorder** obilasku?

- a. A B D E C F
- b. D B E A C F
- c. D E B F C A

Odgovor: a

Pitanje 6

Dato je sledeće binarno stablo:



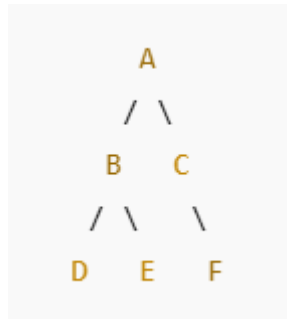
Koji je ispis čvorova pri **inorder** obilasku?

- a. B D E A C F
- b. D B E A C F
- c. D E B A F C

Odgovor: b

Pitanje 7

Dato je sledeće binarno stablo:



Koji je ispis čvorova pri **postorder** obilasku?

- a. D B E F C A
- b. D E B C F A
- c. D E B F C A

Odgovor: c