Analiza efikasnosti algoritma

Merenje vremena izvršavanje algoritma

- Broj ulaznih podataka - n
  - npr. sortiranje niza od n članova
- Traži se vreme izvršavanja u zavisnosti od veličine ulaza, odnosno kako se vreme izvršavanja algoritma povećava sa povećavanjem broja ulaznih podataka
- Manja veličina ulaza daće i manje vreme izvršavanja algoritma
- Veća veličina ulaza daje veće vreme izvršavanja algoritma
- Povećava se veličina ulaza, vreme izvršavanja se takođe povećava
- Ako se ulaz u algoritam duplira
  - vreme izvršavanja se može duplirati
  - vreme izvršavanja se može uvećati 4 puta
  - vreme izvršavanja se može uvečati 100 puta

Merenje vremena izvršavanje algoritma

- Ekperimentalna metoda
  - Implementacija algoritma u programskom jeziku
  - Izvršavanje algoritama korišćenjem različitih ulaza
  - Beleženje vremena izvršavanja algoritma
  - Zavisi od softvera i hardvera
  - Konačan broj ulaza u algoritam
- Analitička metoda
  - Analiza vremena izvršavanja algoritma bazirana na veličini ulaza
  - Asimptotska analiza
  - Nezavisna od softvera i hardvera
  - Razmatra sve moguće ulaze u algoritam

Klasa Stopwatch

- Biblioteka System.Diagnostics
- Konstruktor: Stopwatch t = new Stopwatch();
- Metoda Start() startuje merenje vremenskog intervala
- Metoda Stop() zaustavlja merenje vremenskog intervala
- Metoda Reset() služi za reetovanje tajmera
- Svojstvo Elapsed vraća TimeSpan strukturu koja sadrži proteklo vreme
- Svojstvo ElapsedMilliseconds vraća broj milisekundi (ne koristiti ako je vreme kraće od ms)

```
Stopwatch t = new Stopwatch();
t.Start();
TestMetoda(1000);
t.Stop();
Console.WriteLine(t.ElapsedMilliseconds);
```

Primer merenja vremena izvršavanja algoritma -1

```
static int[] KreirajNiz(int n)
{
    Random rnd = new Random();
    int[] x = new int[n];
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        x[i] = rnd.Next(1,101); // od 1 do 100
    }
    return x;
}
```

```
static void PisiNiz(int[] x)
{
    for (int i = 0; i < x.Length; i++)
    {
        Console.Write(x[i] + "\t");
    }
    Console.WriteLine();
}
```

Primer merenja vremena izvršavanja algoritma -2

```
static void Main(string[] args)
{
    // menjaj velicinu ulaza n =10, 100, 1000
    int[] x = KreirajNiz(1000);

    Stopwatch t = new Stopwatch();

    double[] vremena = new double[10];
    for (int i = 0; i < 10; i++)
    {
        // merim vreme 10 puta zbog preciznijeg rezultata
        t.Start();
        PisiNiz(x);
        t.Stop();
        Linija(100);
        vremena[i] = t.ElapsedMilliseconds;
        t.Reset();
    }

    double ukupnoVreme = 0;
    foreach (double vr in vremena)
    {
        ukupnoVreme += vr;
    }

    Console.WriteLine($"Proteklo vreme: { ukupnoVreme/10} ms");
    Console.ReadLine();
}
```

Rezultati merenja vremena izvršavanja metode PisiNiz()

Broj ulaznih parametara n	10	100	1000	10000
Vreme izvršavanja [ms]	0.1	8.4	81.3	798

Napomena: Pri testiranju ne pokretati aplikaciju u debug modu nego sa CTRL + F5

Analitičko određivanje vremena izvršavanja algoritma

- Analizira se rad algoritma korak po korak i izvodi se vreme njegovog izvršavanja
- Ne dobija se apsolutno precizna ocena vremena izvršavanja
- Ocena je dovoljno dobra da se stekne opšta slika o efikasnosti algoritma
- Vreme izvršavanja algoritma je funkcija veličine ulaznih podataka
- Za n ulaznih podataka definiše se funkcija T(n) koja daje broj vremenskih jedinica koliko traje izvršavanje algoritma

Jedinična instrukcija

- Jedinična instrukcija algoritma je osnovna računska operacija čije je vreme izvršavanja konstantno
- Pretpostavlja se da se sve osnovne instrukcije algoritma izvršavaju za jednu vremensku jedinicu
- Apsolutna vrednost vremenske jedinice nije bitna (ms, µs, ...)
- Tipične jedinične instrukcije algoritama su:
  - dodela vrednosti promenljivoj
  - poređenje vrednosti dve promenljive
  - aritmetičke operacije
  - logičke operacije
  - ulazno/izlazne operacije

Vreme izvršavanja ugnježdenih petlji

```
for (int i = 0; i < n; i++) // izvrsava se n puta
{
    for (int j = 0; j < n; j++) // izvrsava se n puta
    {
        if (i > j) // jedinicna instrukcija
        {
            x[i, j] = 1; // jedinicna instrukcija
        }
    }
}
```

$$T(n) = n \cdot n \cdot (1 + 1) = 2n^2$$

Primer 1 – indeks najmanjeg elementa niza

n - broj clanova niza x.Length

```
static int MinimalniClan(int[] x)
{
 1    int jmin = 0; // indeks minimalnog elementa
 2    int xmin = x[0];
 3    int i = 1;
 4    while (i < x.Length)
     {
 5        if (x[i] < xmin)
         {
 6            xmin = x[i];
 7            jmin = i;
         }
 8        i++;
     }
 9    return jmin;
}
```

Red	1	2	3	4	5 6 7	8	9
Vreme izvršavanja	1	1	1	n-1	3	1	1

$T(n) = 1 + 1 + 1 + (n-1)(3 + 1) + 1$

$= 4 + 4(n-1)$

$T(n) = 4n$

Zadatak 1 – odrediti vreme izvršavanja algoritma

```
1 if (x == 0)
{
2     for (int i = 0; i < n; i++)
    {
3         a[i] = i;
    }
}
```

Red	1	2	3
Vreme izvršavanja	1	n	1

$T(n) = 1 + n \cdot 1$

$T(n) = 1 + n$

Zadatak 2 – odrediti vreme izvršavanja algoritma

```
1  int i = 1;
2  do
   {
3      a[i] = b[i] + c[i];
4      i++;
   }
5  while (i < n);
```

Red	1	2 5	3	4
Vreme izvršavanja	1	n-1	1	1

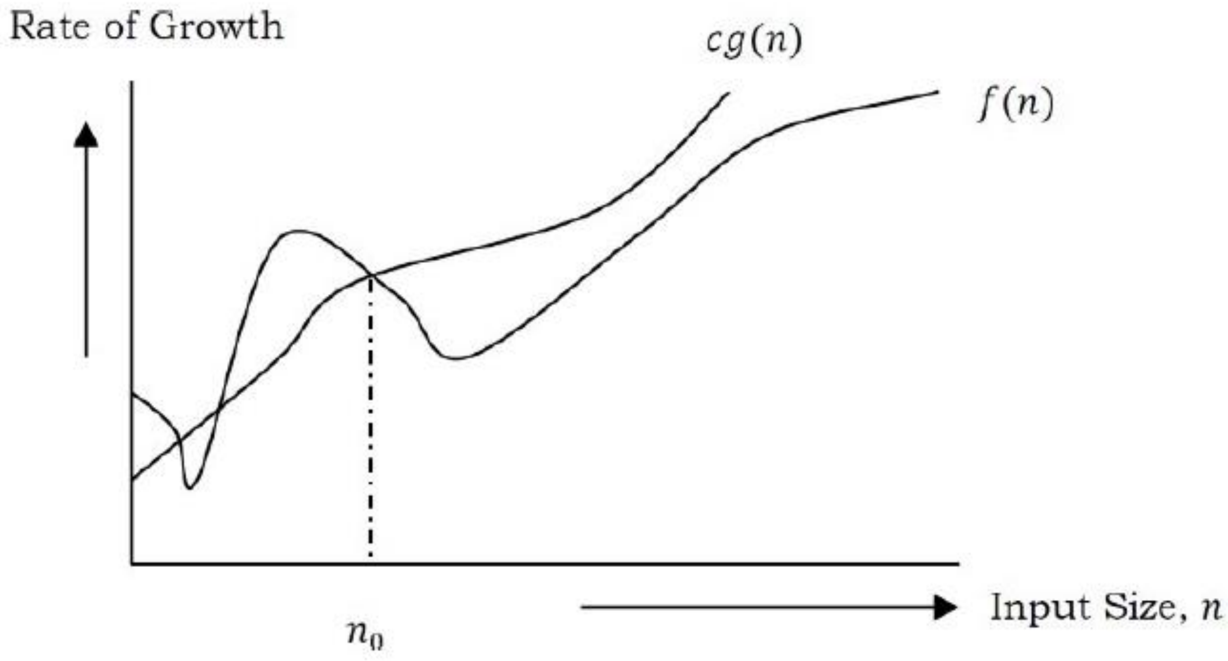
$T(n) = 1 + (n-1)(1 + 1)$

$T(n) = 2n - 1$

O-zapis

- O-zapis se koristi za precizno definisanje pojma da je neka funkcija manja od druge
- Za dve nenegativne funkcije f, g: $N \rightarrow R^{+}$ kažemo da je $f(n) = O(g(n))$ ako postoje pozitivne konstane c i n_0 tako da je $f(n) \leq c * g(n)$ za svako $n > n_0$
- Odnosno kažemo da funkcija $g(n)$ predstavlja asimptotsku granicu za funkciju $f(n)$

O-zapis



$f(n) \leq c * g(n)$ za svako $n > n_0$

f(n) vreme izvršavanja algoritma u zavisnosti od broja ulaza n
Veliko O daje asimptotsku gornju granicu vremena izvršavanja algoritma
f(n) = O(g(n)) // g(n) je veliko O za f(n)

Tipične funkcije složenosti poređane po rastućim brzinama rada

Funkcija	Neformalno ime
1	konstantna funkcija
$\log n$	logaritamska funkcija
n	linearna funkcija
$n \log n$	$n \log n$
n^2	kvadratna funkcija
n^3	kubna funkcija
2^n	eksponencijalna funkcija

Pronalaženje velikog O

- Ako je $f(n) = c, f(n) = O(1)$, veliko O za konstantnu funkciju je 1
- Ako je $f(n) = a_k n^k + a_{k-1} n^{k-1} + \cdots . + a_0$ onda je $f(n) = O(n^k)$
  - zadržava se najbrže rastuću član polinoma
- Koeficijenti se ignorišu $f(n) = kg(n)$ onda je $f(n) = O(g(n))$
- Baza logaritma je nebitna: $f(n) = 8\log_2 n$, onda je $f(n) = O(logn)$
- Ako je $f(n) = O(2^n)$ tj. veliko O za funkciju eksponencijalno, kažemo da je vreme izvršavanja algoritma eksponencijalno
  - Ne postoji polinom koji bi ga mogao ograniliti
  - Algoritmi koji zahtevaju eksponencijalno vreme izvršavanja mogu biti nerešivi u realnom vremenu

Primeri određivanja velikog O

$f(n) = 45$	$O(1)$
$f(n) = 6n^3 + 27\log_2 n + 2n$	$O(n^3)$
$f(n) = 8\log_2 n + 7n + 6$	$O(n)$
$f(n) = n \log_{10} n + 5n + 81n^2$	$O(n^2)$
$f(n) = \log_2 n + n\log_{10} n$	$O(n \log n)$
$f(n) = 3n + 5n^2 + 7n^3 + 2^n$	$O(2^n)$

Asimptotsko vreme izvršavanja algoritama

```
for (int i = 0; i < n; i++)
{
    for (int j = 0; j < n; j++)
    {
        a[i, j] = 0;
    }
}

for (int i = 0; i < n; i++)
{
    a[i, i] = 1;
}
```

$$T(n) = n^2 + n$$

za veliko n dominira kvadratni član

$$T(n) = O(n^2)$$

Asimptotsko vreme izvršavanja algoritama

```
for (int i = 0; i < n; i++)
{
    for (int j = 0; j < n; j++)
    {
        if (i ==j)
        {
            a[i, j] = 1;
        }
        else
        {
            a[i, j] = 0;
        }
    }
}
```

$$\boxed{T(n) = n^2}$$

$$\boxed{T(n) = O(n^2)}$$

Pitanje 1

Eksperimentalna metoda vremena izvršavanja algoritma:

a. Ne zavisi od hardvera i softvera na kome se radi testiranje
b. Zavisi od hardvera i softvera na kome se radi testiranje
c. Zavisi isključivo od broja ulaznih parametara

Odgovor: b

Pitanje 2

Jedinična instrukcija algoritma ima:

a. Promenljivo vreme izvršavanja
b. Konstantno vreme izvršavanja
c. Vreme izvršavanja koje zavisi od tipa algoritma

Odgovor: b

Pitanje 3

Ko asimptotske analize algoritma izračunava se tačno vreme izvršavanja algoritma:

a. Da
b. Ne

Odgovor: b

Pitanje 4

Šta je veliko O za funkciju : $f(n) = 2 * n + 3 * n * \log_2 n$

a. O(2*nn)
b. O(n* $\log n$)
c. O(3*n* $\log_2 n$)

Odgovor: b

Pitanje 5

Šta je veliko O za funkciju : $f(n) = 3n^2$ + 5n + 18

a. $O(2^n)$
b. $O(n)$
c. $O(n^2)$

Odgovor: c

Pitanje 6

Vremenska kompleksnost algoritma koji se izvršava za isto vreme bez obzira na broj ulaznih parametara je:

a. O(1)
b. O(n)
c. O(logn)

Odgovor: a

Pitanje 7

Koja je vremenska kompleksnost sledećeg koda:

```
for (int i = 0; i < n; i++)
{
    a[i] = 0;
}
```

a. O(n2)
b. O(n)
c. O(1)

Odgovor: b